

BULLETIN

DE

L'OBSERVATOIRE ASTRONOMIQUE DE BEOGRAD

ANNÉE 1958

NOS 3—4

VOLUME XXIII

RÉDACTEUR

M. B. PROTITCH

Naučno delo

IMPRIMERIE ET ÉDITEUR „NAUČNO DELO“
B E O G R A D 1959

BULLETIN

DE

L'OBSERVATOIRE ASTRONOMIQUE DE BEOGRAD

ANNÉE 1958

NOS 3—4

VOLUME XXIII

MESURES MICROMÉTRIQUES D'ÉTOILES DOUBLES

Faites au réfracteur de 0.65 m d'ouverture

par P. M. DJURKOVIĆ (Dj) et LJ. M. DAČIĆ (Dc)

ADS désignation	Nº et désignation	Époque 1958 +	Θ °	ρ "	Grandeurs	Dj	Dc	ADS désignation	Nº et désignation	Époque 1958 +	Θ °	ρ "	Grandeurs	Dj	Dc
257	= Σ 25	952	193.5	1.22	8.7 — 8.8	2	2	13830	= β 432	691	195.4	1.34	8.7 — 9.7	1	2
283 ¹	= h 1018	714	85.4	1.06	8.4 — 8.8	2	2	14286	= β 364	687	235.0	1.11	8.8 — 8.9	2	2
296	= OΣ 7	714	121.3	0.72	9.3 — 10.0	2	2	14368	= A 613	698	348.1	0.81	9.0 — 9.2	2	3
304	= A 907	766	216.6	0.84	9.0 — 9.1	2	2	14662	= Es 1452	720	19.1	2.07	9.5 — 11.1	2	1
1007	= A 935	771	15.4	0.27	9.1 — 10.1	2	2	14749	= Σ 2780	763	217.3	1.11	6.6 — 7.3	2	1
1777	= H 1037	821	328.3	0.46	9.1 — 10.0	1	1	14890	= J 1229	674	301.4	2.03	9.8 — 10.4	2	2
2261	= Σ 334	979	312.0	1.25	7.9 — 8.5	2	2	15193	= A 1444	675	271.5	1.15	9.7 — 9.7	2	2
3044	= Σ 498	866	163.1	1.25	9.7 — 10.2	2	2	15251	= β 688	711	215.6	0.18	7.7 — 7.7	1	1
3870	= Σ 657	999	296.5	1.08	7.8 — 8.3	2	2	15263	= β 374	820	138.9	1.64	8.7 — 10.4	1	1
3955	= Σ 676	992	269.6	1.27	7.7 — 8.7	2	2	15499	= β 275	695	354.5	0.42	7.7 — 7.5	2	2
11617	= Σ 2369	611	82.9	0.66	7.8 — 8.2	1	3	15558	= Hu 976	720	46.6	1.46	8.9 — 8.9	2	1
12057	= A 262	725	237.3	0.19	9.5 — 9.5	1		15733	= Es 1464	693	154.1	1.52	10.1 — 10.3	2	2
12269	= Hu 336	738	192.7	1.39	9.6 — 9.7	2	2	15816	= Es 1343	719	256.1	1.54	9.5 — 9.7	2	1
12541	= Es 1097	659	225.6	1.18	9.9 — 10.0	1	2	15834	= A 1461	756	89.2	1.52	9.7 — 10.0	2	2
12605	= Hu 949	715	95.0	0.61	9.0 — 9.5	2	1	15965	= β 1218	920	53.6	1.45	8.8 — 9.1	2	2
12746	= Hu 953	684	200.8	0.59	8.8 — 9.3	1	1	16300	= Hu 986	679	114.3	0.76	9.6 — 9.8	1	1
12795	= Es 1669	679	154.7	1.73	9.9 — 9.9	2	2	16435	= Hn 56	684	102.7	1.13	8.7 — 8.7	1	1
	Bd 12 ²	713	216.8	0.48	9.7 — 10.0	2	1	16674	= A 639	732	106.0	0.73	9.4 — 10.1	1	2
12906	= A 1404	725	71.7	0.22	7.2 — 7.9	1		16921	= β 857	693	298.6	1.32	8.8 — 9.3	2	2
13419	= Es 2185	732	240.5	2.10	9.8 — 10.1	1	2	16936	= A 644	694	133.8	1.23	8.7 — 12.0	2	2
13639	= Kr 49	730	115.2	1.60	9.5 — 9.7	2	2	17151	= A 1498	763	75.4	0.41	8.7 — 9.2	2	2

Résidus Éphéméride Orbite

1 — 0.5, +0.03 Circ. No 10, 1956 Muller 1956

2 N^o BD = + 26.3651, α₅₀ = 19 41.2, δ₅₀ = + 26 54

OBSERVATIONS À LA LUNETTE ZÉNITHALE

(de 110 mm) du Service de latitude de l'Observatoire

par B. ŠEVARLIĆ (BS) et G. TELEKI (GT)

$$\varphi = + 44^{\circ} 48' +$$

IX								X							
1958	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	
JUILL.	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	
7 BS	10.436	10.359	10.503	10.247	10.187	10.315	10.012	9.909	10.203	10.406	10.145	10.176	—	—	
X								XI							
	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74		
10 GT	9.858	10.207	10.356	10.155	10.136	10.274	10.438	—	—	—	—	—	—		
11 BS	10.178	10.190	10.494	9.903	10.054	9.821	10.157	10.536	10.571	9.635	9.593	9.853	9.915		
12 GT	10.082	10.231	10.561	9.744	10.154	9.940	10.500	—	—	9.352	9.769	9.692	10.144		
15 GT	10.310	10.384	10.425	9.844	9.785	10.353	10.439	10.756	10.597	9.862	9.384	10.274	9.969		
26 GT	10.101	10.395	10.975	10.612	10.078	9.720	10.480	10.576	10.890	9.760	9.297	10.279	10.267		
27 GT	10.199	10.212	10.563	9.976	9.908	9.911	10.613	—	—	—	—	—	—		
AOÛT								XII							
1 GT	10.515	10.567	10.495	10.548	10.253	10.367	10.724	10.897	11.036	10.011	9.696	10.551	10.463		
5 GT	10.601	10.638	11.237	10.126	10.341	10.024	11.249	10.805	10.808	9.905	9.752	10.360	10.746		
XI								XII							
	69	70	71	72	73	74		75	76	77	78	79	80	81	82
11 GT	10.676	10.679	9.836	9.904	10.052	10.516		10.289	10.174	10.778	9.668	9.508	10.508	9.949	9.935
16 GT	10.942	10.575	10.110	10.074	10.293	10.440		10.413	10.290	10.851	9.688	9.673	10.469	10.131	9.813
19 GT	10.660	10.930	9.917	10.210	10.223	10.495		—	—	—	—	—	—	—	—
25 GT	10.861	10.916	10.199	9.827	10.111	10.176		10.677	10.424	10.872	10.144	9.990	10.717	9.967	9.718
SEPT.								I							
5 BS	10.438	10.702	9.867	10.066	10.083	10.459		10.371	10.373	10.727	10.053	9.619	10.641	10.519	10.071
XII								I							
	75	76	77	78	79	80	81	82	1	2	3	4	5	6	7
9 BS	10.699	10.521	10.892	10.043	9.962	10.488	9.999	9.819	10.284	10.883	10.326	10.205	10.806	9.922	10.325
17 BS	10.289	10.450	10.788	9.952	9.772	10.687	10.295	9.802	10.066	10.660	10.494	9.765	11.015	10.261	10.011
21 BS	—	10.463	10.648	9.957	9.839	10.294	10.132	9.759	10.036	10.705	10.761	10.141	10.553	10.057	10.066
25 BS	10.334	10.382	10.761	9.890	9.844	10.376	10.351	9.897	10.222	10.827	10.091	10.253	10.540	10.319	10.283
27 BS	10.723	10.569	10.949	10.168	10.132	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
29 BS	—	10.126	10.676	10.131	9.847	10.356	10.245	10.141	10.438	10.487	10.320	10.395	10.615	9.836	10.066
30 GT	10.654	10.741	10.746	10.176	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
OCT.								II							
4 GT	10.304	10.231	10.836	9.652	9.604	10.574	9.976	9.973	10.101	10.897	10.316	10.105	10.422	9.941	10.445
6 BS	10.244	10.219	10.571	9.826	9.595	10.273	10.212	9.676	9.984	10.614	10.401	9.953	10.462	9.970	9.900
I								II							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13		
10 BS	10.054	10.486	10.231	9.757	10.212	9.467	10.043	9.785	9.742	10.745	10.573	9.791	10.215		
18 GT	10.464	10.594	10.247	10.308	10.673	9.882	9.968	10.246	9.998	—	—	—	—		
27 BS	—	10.468	10.022	10.221	10.871	10.367	—	—	—	—	—	—	—		
29 BS	10.042	10.930	10.016	10.338	10.845	9.639	10.247	9.920	9.856	10.754	10.500	9.559	10.567		
30 GT	10.301	10.488	10.418	10.154	10.550	9.806	—	9.998	9.919	10.577	10.905	9.777	10.589		
II								III							
	8	9	10	11	12	13		14	15	16	17	18	19		
NOV.								—	—	—	—	—	—		
11 GT	10.214	10.305	10.758	—	9.861	10.428		—	—	—	—	—	—		
12 BS	9.587	9.868	10.623	—	—	10.469		—	—	—	—	—	—		
DÉC.								IV							
3 BS	10.162	9.564	10.756	10.849	10.146	10.389		10.798	—	10.889	9.861	9.976	10.584		
4 GT	—	—	—	—	—	—		10.339	9.472	10.559	10.009	10.213	10.505		
III								IV							
	14	15	16	17	18	19		20	21	22	23	24	25	26	
27 BS	10.846	—	10.890	—	10.392	10.363		10.804	10.860	10.287	—	10.717	10.611	10.809	
30 GT	10.725	9.877	11.142	10.569	10.747	10.364		11.042	10.789	9.757	10.642	10.575	10.928	10.476	

HEURES DEMI-DÉFINITIVES DES ÉMISSIONS ENREGISTRÉES DE T. S. F.
DÉDUITES DES DÉTERMINATIONS DE L'HEURE, FAITES EN 1958,
À L'OBSERVATOIRE DE BEOGRAD

par Z. M. BRKIĆ et LJ. A. MITIĆ

J U I L L E T

A O Û T

TQC ₉ 27.84 8h6 ^m	TQG ₅ 21.62 9h36 ^m	GIC ₃₃ 22.13 10h6 ^m	RWM 20.16 12h6 ^m	TQG ₅ 21.62 13h6 ^m	RWM 29.85 20h6 ^m	Δλ	ΔT _s	TU ₂ -TU ₀ en 10 ⁻³	TQC ₉ 27.84 8h6 ^m	TQG ₅ 21.62 9h36 ^m	GIC ₃₃ 22.13 10h6 ^m	RWM 20.16 12h6 ^m	TQG ₅ 21.62 13h6 ^m	RWM 39.01 20h6 ^m	Δλ	ΔT _s	TU ₂ -TU ₀ en 10 ⁻³
1 994	991	—	964	989	957	-28	+24	-4	982	978	986	986	973	984	-26	+1	-25
2 997	992	980	971	992	961	28	23	5	987	981	988	983	978	983	25	0	25
3 997	995	977	970	995	970	28	23	5	981	977	981	982	973	983	25	-1	26
4 003	990	—	979	993	—	28	22	6	987	983	985	981	971	985	25	1	26
5 005	002	978	997	013	999	28	21	7	998	993	002	999	981	005	25	2	27
6 022	016	992	020	027	014	28	21	7	000	996	005	009	990	021	24	3	27
7 019	018	999	018	018	018	28	20	8	016	986	000	004	987	988	24	3	27
8 008	015	990	011	015	—	28	19	9	995	981	998	002	987	982	24	4	28
9 001	004	976	004	003	996	28	19	9	989	001	993	994	002	981	24	5	29
10 990	986	958	990	998	999	28	18	10	996	989	973	979	992	—	24	6	30
11 014	009	991	000	002	005	28	18	10	001	—	968	984	995	933	24	6	30
12 013	003	980	008	003	—	28	17	11	004	991	974	974	996	976	23	7	30
13 008	010	974	997	996	—	28	16	12	004	990	968	988	986	978	23	8	31
14 990	988	962	986	—	984	28	15	13	986	977	970	954	973	955	23	8	31
15 004	003	982	993	003	—	28	14	14	976	969	929	943	964	952	23	9	32
16 014	012	992	010	010	009	28	14	14	983	986	976	953	977	960	22	10	32
17 018	013	993	008	007	012	28	13	15	992	999	988	960	987	—	22	10	32
18 016	010	991	008	—	998	28	12	16	005	012	993	963	001	973	22	11	33
19 988	993	983	004	992	001	28	12	16	019	026	007	978	006	—	22	12	34
20 994	995	984	008	989	003	27	11	16	009	014	994	967	999	959	22	12	34
21 987	992	988	007	993	018	27	10	17	—	998	993	960	995	958	22	13	35
22 003	998	996	019	001	007	27	9	18	003	996	987	948	984	940	21	14	35
23 988	988	981	—	—	—	27	8	19	981	968	962	932	975	926	21	15	36
24 018	979	977	007	984	999	27	8	19	981	981	969	938	979	928	21	15	36
25 994	980	984	005	991	003	27	7	20	977	973	968	930	973	926	21	16	37
26 995	984	984	010	992	011	27	6	21	978	974	980	929	980	936	21	16	37
27 991	988	989	012	997	—	27	5	22	989	987	980	931	978	933	20	17	37
28 997	988	988	006	993	998	26	4	22	984	979	981	—	979	930	20	17	37
29 983	984	974	—	—	981	26	4	22	984	975	970	928	974	930	20	18	38
30 969	964	967	973	962	980	26	3	23	989	986	975	940	987	940	20	18	38
31 969	954	963	966	953	963	-26	+2	-24	993	988	990	938	986	—	-20	-19	-39

HEURES DEMI-DÉFINITIVES DES ÉMISSIONS ENREGISTRÉES DE T.S.F.
DÉDUITES DES DÉTERMINATIONS DE L'HEURE, FAITES EN 1958,
À L'OBSERVATOIRE DE BEOGRAD

par Z. M. BRKIĆ et LJ. A. MITIĆ

S E P T E M B R E									O C T O B R E									
TQC ₉ 27.84 8h6m	TQG ₅ 21.62 9h36m	GIC ₃₃ 22.13 10h6m	RWM 20.16 12h6m	TQG ₅ 21.62 13h6m	RWM 39.01 20h6m	$\Delta\lambda$ en	ΔT_s 10 ⁻³	TU_s-TU_0	TQC ₉ 27.84 8h6m	TQG ₅ 21.62 9h36m	GIC ₃₃ 22.13 10h6m	RWM 20.16 12h6m	TQG ₅ 21.62 13h6m	RWM 39.01 20h6m	$\Delta\lambda$ en	ΔT_s 10 ⁻³	TU_s-TU_0	
1 019	029	017	971	016	972	—19	—19	—38	030	031	017	009	031	000	—10	—28	—38	
2 026	031	001	976	023	979	19	20	39	032	028	014	008	032	999	10	28	38	
3 —	024	016	963	008	957	19	20	39	032	028	009	003	030	993	10	28	38	
4 013	012	015	955	002	958	18	21	39	026	027	006	007	024	989	10	28	38	
5 997	000	993	943	987	925	18	21	39	015	021	991	994	009	—	9	28	37	
6 953	962	954	903	948	839	18	22	40	008	009	986	978	999	961	9	28	37	
7 947	959	954	903	958	—	18	22	40	004	002	985	968	993	955	8	28	36	
8 970	980	973	920	979	927	17	23	40	998	999	984	966	996	960	8	28	36	
9 998	006	001	947	005	943	17	23	40	008	004	000	981	011	973	8	28	36	
10 018	022	020	961	021	951	17	23	40	019	012	002	988	015	973	7	28	35	
11 019	020	016	961	018	957	16	24	40	015	001	002	987	015	973	7	28	35	
12 019	019	017	967	020	958	16	24	40	012	002	001	989	013	979	6	28	34	
13 —	—	—	—	—	948	16	24	40	010	003	000	988	008	977	6	28	34	
14 001	000	995	952	000	—	15	25	40	006	994	987	982	006	989	6	28	34	
15 010	012	017	969	010	969	15	25	40	015	006	000	956	014	986	5	28	33	
16 025	020	013	984	018	983	15	25	40	018	018	001	992	018	994	5	27	32	
17 031	028	015	985	020	975	14	26	40	018	010	967	987	—	984	4	27	31	
18 035	033	029	989	033	981	14	26	40	012	005	992	982	005	977	4	27	31	
19 015	007	999	965	000	957	14	26	40	007	004	990	984	004	—	4	27	31	
20 991	986	985	951	980	939	14	26	40	996	997	981	975	993	964	3	27	30	
21 973	972	970	935	964	935	14	26	40	999	993	983	976	997	—	3	27	30	
22 967	970	958	933	958	932	13	27	40	002	002	984	978	994	962	2	26	28	
23 966	968	957	942	961	941	13	27	40	004	005	991	980	002	968	2	26	28	
24 979	983	969	950	969	944	13	27	40	019	010	994	986	012	979	2	26	28	
25 996	997	988	973	987	971	13	27	40	026	020	977	998	027	981	1	26	27	
26 013	023	009	004	025	994	12	28	40	029	024	980	003	032	982	—	1	26	27
27 033	036	021	020	034	005	12	28	40	044	034	983	005	034	986	0	26	26	
28 —	—	—	007	018	987	12	28	40	033	022	973	995	033	970	0	25	25	
29 014	009	004	997	007	982	11	28	39	034	025	976	995	026	971	0	25	25	
30 017	016	003	997	—	—	—11	—28	—39	026	016	992	984	020	973	+	1	25	24
31									011	—	—	958	991	935	+	1	—25	—24

HEURES DEMI-DÉFINITIVES DES ÉMISSIONS ENREGISTRÉES DE T.S.F.
DÉDUITES DES DÉTERMINATIONS DE L'HEURE, FAITES EN 1958,
À L'OBSERVATOIRE DE BEOGRAD

par Z. M. BRKIĆ et LJ. A. MITIĆ

NOVEMBRE

DÉCEMBRE

TQC ₀ 27.84 8h 6m	TQG ₅ 21.62 9h 36m	GPB ₃₀ 29.03 10h 6m	RWM 20.16 12h 6m	TQG ₅ 21.62 13h 6m	RWM 55.76 20h 6m	Δλ	ΔT _s	TU ₂ -TU ₀ en 10 ⁻³	TQC ₀ 27.84 8h 6m	TQG ₅ 21.62 9h 36m	GPB ₃₀ 29.03 10h 6m	RWM 20.16 12h 6m	TQG ₅ 21.62 13h 6m	RWM 55.76 20h 6m	Δλ	ΔT _s	TU ₂ -TU ₀ en 10 ⁻³
1 017	—	—	982	012	—	+2	-24	-22	—	—	—	—	—	—	+12	-17	-5
2 028	021	005	984	022	—	2	24	22	009	004	994	983	008	965	12	17	5
3 032	023	014	988	024	974	2	24	22	010	001	998	985	004	965	12	16	4
4 021	025	007	978	018	—	3	24	21	003	990	993	972	999	960	12	16	4
5 025	015	994	978	021	967	3	24	21	002	987	985	968	002	958	13	16	3
6 022	012	989	976	020	959	3	23	20	988	979	978	969	994	949	13	16	3
7 —	015	990	970	016	955	3	23	20	997	988	988	971	007	—	13	15	2
8 027	023	996	984	023	965	4	23	19	985	983	976	954	984	948	13	15	2
9 026	023	003	994	036	987	4	23	19	987	988	976	963	986	953	13	15	2
10 028	026	011	987	024	974	4	22	18	971	973	962	952	976	933	14	15	1
11 027	023	005	979	027	972	5	22	17	987	989	982	977	996	965	14	15	-1
12 030	026	996	976	030	965	5	22	17	004	006	011	987	019	971	14	14	0
13 023	023	003	974	021	957	5	21	16	006	002	990	977	002	962	14	14	0
14 021	017	999	968	021	957	6	21	15	987	987	973	963	985	944	14	14	0
15 000	999	985	958	005	937	6	21	15	984	988	978	969	990	956	15	14	+1
16 988	988	974	948	004	—	7	21	14	000	001	999	974	012	—	15	14	1
17 996	992	988	954	995	942	7	20	13	014	013	998	992	017	—	15	14	1
18 995	996	995	960	999	965	7	20	13	029	019	015	010	038	005	15	13	2
19 004	005	999	963	007	965	8	20	12	032	020	—	996	025	976	15	13	2
20 014	000	007	969	014	977	8	20	12	019	011	999	989	023	977	16	13	3
21 019	019	017	977	011	—	9	19	10	013	009	005	987	025	—	16	13	3
22 022	020	019	979	013	978	9	19	10	018	008	001	983	022	977	16	12	4
23 012	016	002	972	009	973	9	19	10	015	013	998	981	018	—	16	12	4
24 011	009	994	968	015	965	10	19	9	019	012	997	972	003	966	16	12	4
25 020	019	002	980	019	986	10	18	8	998	993	—	966	998	957	16	12	4
26 014	011	996	963	009	961	10	18	8	997	997	986	966	995	959	16	12	4
27 009	010	995	970	015	975	10	18	8	987	986	980	957	985	—	16	12	4
28 023	016	003	980	021	949	11	18	7	977	979	966	949	979	945	17	12	5
29 014	015	000	984	024	989	11	17	6	968	972	967	948	968	953	17	12	5
30 026	027	011	986	031	990	+11	-17	-6	968	970	963	949	970	940	17	11	6
31									969	967	964	940	967	932	+17	-11	+6

DÉTERMINATIONS DE L'HEURE EN 1958

CORRECTIONS DE LA PENDULE FONDAMENTALE ET LEURS ÉCARTS

par Z. M. BRKIĆ, Lj. A. MITIĆ et M. JOVANOVIĆ

Date	Cp	E	TU	Obs.	Date	Cp	E	TU	Obs.	Date	Cp	E	TU	Obs.
JUILLET					AOÛT					OCTOBRE				
en 10 ⁻³					en 10 ⁻³					en 10 ⁻³				
2	-4.052	- 35	20.5	B	19	-1.166	-30	20.0	M	27	+23.934	+49	16.7	J
3	4.111	+ 61	19.0	J	20	1.091	-20	19.4	J	27	24.005	-25	19.2	B
5	3.987	+ 16	19.4	M	23	0.854	+18	18.9	J	29	23.900	- 4	16.7	J
6	3.937	+ 2	19.6	B	23	0.831	0	20.2	M	29	23.894	- 2	19.3	B
7	3.903	- 4	18.8	B	24	0.727	-18	19.2	B	30	23.852	- 4	17.8	J
10	3.848	+ 4	19.0	J	25	0.684	+16	18.9	B	30	+ 23.844	+ 2	19.1	B
11	3.858	+ 30	18.8	J	26	0.563	-36	20.7	M	NOVEMBRE				
11	3.821	- 7	19.9	M	27	0.563	+26	18.6	J	1	+23.752	+31	18.0	M
12	3.853	+ 34	19.3	M	28	0.478	0	18.8	B	1	23.791	- 9	19.1	J
13	3.810	- 4	21.5	M	29	-0.403	-20	21.0	M	4	23.607	+ 2	20.0	M
14	3.823	4	21.6	M	SEPTEMBRE					6	23.446	+23	19.3	J
16	3.685	-18	19.3	J	1	-0.276	+26	19.3	J	12	22.858	-19	16.6	J
16	3.725	+25	20.3	M	4	0.115	+24	18.7	J	12	22.803	+29	18.2	B
17	3.646	- 9	19.2	J	5	-0.001	-26	18.3	M	15	+22.428	+ 3	19.8	M
19	3.528	-12	20.3	M	6	+0.057	- 3	22.3	M	DÉCEMBRE				
20	3.501	+18	21.6	M	8	0.237	+ 7	18.0	B	3	+46.437	+ 8	18.9	J
24	3.322	+92	19.3	J	9	0.378	-29	20.8	M	3	46.427	+17	20.0	B
25	3.156	-16	19.2	J	17	0.848	+ 6	18.4	J	4	46.466	-28	16.8	J
25	3.173	+ 5	20.6	M	18	0.950	-27	19.2	J	5	46.388	+35	20.0	M
26	3.100	+ 1	21.3	M	20	1.052	-11	17.8	M	6	46.392	+10	15.5	M
27	3.037	+ 3	20.7	M	21	1.103	+ 1	18.9	M	8	46.385	- 6	16.5	J
28	2.936	-31	19.5	B	22	1.125	+42	19.0	J	9	46.404	-29	15.6	M
29	2.909	+19	19.4	M	23	1.219	+ 9	17.5	M	11	46.224	- 2	17.6	J
30	2.807	- 5	19.7	B	25	1.405	-31	18.6	J	11	46.208	+14	19.4	B
31	-2.843	+100	19.1	J	27	1.502	+ 7	20.8	M	15	45.543	+17	19.1	J
AOÛT					29	+1.619	+12	17.6	B	19	44.882	-10	15.6	M
1	-2.659	+25	21.1	M	OCTOBRE					20	44.683	+25	15.3	M
5	2.320	+60	20.9	M	6	+23.541	-11	17.2	B	22	44.325	- 7	18.9	J
7	2.069	+39	19.0	J	7	23.585	+10	19.3	M	27	43.376	+10	19.1	M
9	1.982	+25	19.1	M	8	23.668	-18	17.2	B	30	42.787	+29	20.3	M
10	1.918	+28	19.1	B	9	23.709	+ 8	20.7	J	31	42.692	-40	16.3	J
10	1.861	-20	21.7	M	10	23.748	+12	16.8	M	31	42.624	+20	17.4	B
11	1.836	+10	19.4	B	10	23.771	- 8	18.0	J	31	+42.618	+17	18.6	J
12	1.734	-20	21.5	M	12	23.864	+ 9	17.0	B					
14	1.644	+19	19.2	J	14	23.953	+ 5	16.4	M					
15	1.564	+24	19.0	J	18	24.018	- 1	18.8	M					
15	1.539	+ 2	19.9	M	21	+24.048	+17	18.6	M					
16	-1.410	-26	21.7	M										

1955 TS = 1935 YA = 1957 GD

by R. S. MITRINOVIĆ

The elements of 1957 GD (MPC-1741), leave the residuals ($\Delta\alpha$, $\Delta\delta$):

Date	$\Delta\alpha$ _m	$\Delta\delta$ _'
1955 Oct. 11	— 0,4	— 1
12	— 0,4	— 2
18	— 0,5	— 2

The elements of the planet 1957 GD are in close agreement with those of 1935 YA (AN-261.337).

The elements of 1957 GD, with $\Delta M = -1^{\circ}000$, produce the residuals:

Date	$\Delta\alpha$ _m	$\Delta\delta$ _'
1935 Dec 16	+ 0,4	+ 9
Dec 30	+ 0,5	+ 7
1936 Jan 12	+ 0,4	+ 5
Jan 13	+ 0,4	+ 6
Jan 17	+ 0,6	+ 3

CIRCULAR ELEMENTS OF MINOR PLANETS COMPUTED

by R. S. MITRINOVIĆ

Planet	Epoch of UT	Equinox 1950.0 u_0	Ω	i	μ	a	Observations
1956 XH	56 Dec. 7	310.019	96.189	11.345	0.08659	5.0600	Dec. 2, 7
1957 BQ	57 Jan. 30	39.114	80.997	9.456	0.20438	2.8536	Jan. 22, 30
1957 HD	57 Apr. 23	60.490	138.643	4.739	0.47227	1.6333	Apr. 16, 23
1957 JT	57 May 24	153.864	88.652	5.607	0.29149	2.2527	May. 8, 24
1957 QD	57 Sep. 28	351.283	10.051	31.692	0.17494	3.1662	Aug. 26, Sep. 28
1957 VB	57 Nov. 16	205.956	200.441	0.985	0.19121	2.9840	Nov. 14, 18
1957 VC	57 Nov. 18	349.163	58.253	7.282	0.25919	2.4372	Nov. 14, 20

1957 CA = 1923 OG

by R. S. MITRINOVIĆ

The elements of 1957 CA (MPC — 1576) with $\Delta M = -0.732$, produce the residuals:

Date	$\Delta\alpha$ _m	$\Delta\delta$ _'
1923 Sep. 11	+ 0,1	+ 18
13	+ 0,1	+ 19
16	+ 0,1	+ 19
17	0,0	+ 19
Oct. 1	+ 0,1	+ 18
15	+ 0,1	+ 18

1955 QJ = (483) SEPPINA

by R. S. MITRINOVIĆ

The elements of the planet 1955 QJ (MPC-1664) are in close agreement with those of (483) Seppina. The elements of (483) Seppina, with $\Delta M = -1^{\circ}.400$, produce the residuals:

1955	$\Delta\alpha$ _m	$\Delta\delta$ _'
Aug. 23	+ 0.5	— 5'
Sep. 13	+ 0.5	— 1
Sep. 19	+ 0.5	— 1

Identifications (MPC-1632)

1950 DL $\neq$ 1927 UH, because of an error in the element μ (cf. MPC-1550).

ELEMENTS OF UNNUMBERED MINOR PLANET 1957 JK

by R. S. MITRINOVIĆ

Epoch 1957 May 2.0 U.T.

M = 0.178 75	$\varphi = 13.025\ 88$	"
$\omega = 80.814\ 15$	$\mu = 0.345\ 3718$	(1243.338)
$\Omega = 138.376\ 74$	1950.0 a = 2.011 92	
i = 0.743 94	g = 16.5	

The elements are based on the positions of 1957 Apr. 24, May 2 and May 25 (MPC-1787, 1788).

Residuals:

1957	$\Delta\alpha$ _s	$\Delta\delta$ _"
Apr. 24	0.00	0.0
May 2	0.00	0.0
May 25	+ 0.02	+ 0.2
$P_x = -0.774\ 9897$	$Q_x = +0.631\ 9156$	
$P_y = -0.584\ 7767$	$Q_y = -0.711\ 8708$	
$P_z = -0.239\ 6398$	$R_z = -0.306\ 4704$	

ELEMENTS OF UNNUMBERED MINOR PLANET 1956 EE

by R. S. MITRINOVIĆ

Epoch: 1956 Apr. 5.0 U.T.

Residuals:

$$\begin{aligned}
 M &= 324.829\,97 & \varphi &= 3^\circ.385\,09 \\
 \omega &= 23.315\,46 & \mu &= 0.302\,1414\,(1087''.709) \\
 \Omega &= 192.904\,53 & 1950.0\, a &= 2.199\,53 \\
 i &= 3.226\,14 & g &= 13.2^m
 \end{aligned}$$

1956	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
Mar. 9	0.00	+ 0.05
Apr. 5	0.00	0 0
Apr. 14	0.00	0.0

$$\begin{aligned}
 P_x &= -0.806\,8944 & Q_x &= +0.590\,5620 \\
 P_y &= -0.550\,4032 & Q_y &= -0.759\,4077 \\
 P_z &= -0.214\,4245 & Q_z &= -0.273\,0133
 \end{aligned}$$

The elements are based on the positions of
1956 Mar. 9, Apr. 5 and Apr. 14 (MPC—1787).

CIRCULAR ELEMENTS OF MINOR PLANETS COMPUTED

by R. S. MITRINOVIĆ

Planet	Epoch o ^h U.T.	Equinox u _o	1950.0 Ω	i	μ	a	Observations
1955 XV	55 Dec. 12	245.178	191.929	7.596	0.23241	2.6190	Dec. 6, 12
1956 PG	56 Aug. 11	9.195	306.886	1.233	0.22281	2.6950	Aug. 1, 11
1957 HX	57 May 5	323.762	262.817	2.042	0.19596	2.9370	Apr. 30, May 5
1957 JD	57 May 2	152.609	67.549	2.868	0.17465	3.1700	Apr. 24, May 2
1957 JG	57 May 2	16.821	201.651	6.802	0.19954	2.9000	Apr. 24, May 2
1957 JU	57 May 5	140.235	92.636	3.019	0.19610	2.9456	May 4, 5
1957 JV	57 May 5	156.971	73.906	4.829	0.21767	2.7500	May 4, 5
1957 LM	57 Jun 22	152.538	109.942	3.874	0.24040	2.5614	Jun 5, 22
1957 US	57 Oct. 20	194.299	170.153	15.255	0.11601	4.1610	Oct. 20, 29
1957 VG ₁	57 Dec. 27	181.395	256.435	4.076	0.38636	1.8670	Nov. 26, Dec. 27
1957 XC	57 Dec. 27	84.700	9.833	3.596	0.29416	2.2391	Dec. 15, Jan. 11
1958 DD	58 Feb. 24	359.545	151.439	7.460	0.23584	2.6000	Febr. 22, 24
1958 DF	58 Feb. 24	164.101	346.741	4.492	0.20045	2.9100	Febr. 22, 24

ELEMENTS OF UNNUMBERED MINOR
PLANET 1956 TM

by R. S. MITRINOVIĆ

Epoch 1956 Oct. 29.0 U.T.

$$\begin{aligned}
 M &= 97.024\,27 & \varphi &= 40^\circ.453\,88 \\
 \omega &= 28.599\,42 & \mu &= 0.200\,49978\,(721.799) \\
 \Omega &= 204.038\,31 & 1950.0\, a &= 2.891\,08 \\
 i &= 23.218\,13 & g &= 9.9^m
 \end{aligned}$$

The elements are based on the positions of
1956 Oct. 10, 29 and Nov. 8 (MPC—1787).

Residuals:

1956	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
	^s	["]
Oct. 10	0.00	0.0
Oct. 29	0.00	0.0
Nov. 8	0.00	0.0

DOUBLE DESIGNATIONS

by R. S. MITRINOVIĆ

1957 LC (MPC-1784) = 1957 MJ (MPC-1785)
Circular Elements of (1957 LC = 1957 MJ)

Epoch: 1957 June 22.0 U.T.

$$\begin{aligned}
 u_o &= 304^\circ.098 \\
 \Omega &= 309^\circ.852 \\
 i &= 12^\circ.726 \\
 a &= 3.04 \\
 \mu &= 0^\circ.18594\,(669''.384)
 \end{aligned}
 \quad 1950.0$$

The elements are based on the positions of
1957 June 2.85 and June 22.79.

UN ESSAI POUR EXPLIQUER LES MOUVEMENTS DES APSIDES ET DES NOEUDS DE LA LUNE

par M. B. PROTITCH

Le présent article n'est qu'un résumé d'une étude plus complète, dont la publication *in extenso* aura lieu ultérieurement. Ici, nous nous bornerons donc à en préciser simplement les résultats finals.

1. Rappelons, tout d'abord, que si l'on tient compte des quantités supérieures au premier ordre en procédant conformément aux principes du Calcul aux différences finies, la loi des aires, dont l'importance capitale dans les problèmes du mouvement des corps célestes est bien connue, peut être mise sous la forme

$$r^2 \frac{dv}{dt} = C.E^{k/2}, \quad (1)$$

C étant une constante positive (la constante des aires), E la base des logarithmes hyperboliques, et k un exposant fonctionnel, très petit d'ailleurs, mais qui tend à zéro pour r infiniment grand.

Or, une fois cela posé, la loi de force attractive se déduit aisément, et l'on a

$$F = f \frac{M.m}{r^2} E^k. \quad (2)$$

Cette expression qui diffère de la forme newtonienne d'un facteur E^k , voisin mais plus grand que l'unité, se confond avec la forme classique

lorsque $\frac{dv}{dt} \rightarrow 0$.

On en conclut donc que la loi de Newton est un cas particulier d'une loi de gravitation plus générale, et correspond à un champ statique; c'est à dire, à un champ où il n'y a pas de manifestations du mouvement révolutif des points matériels par rapport au centre attractif correspondant.

Remarquons en passant, que la forme (2) présente une certaine analogie avec la forme qui a été proposée pour la première fois par Laplace¹, et ensuite par Seeliger², soit

$$F = f \frac{M.m}{r^2} E^{-\alpha r},$$

α désignant une constante positive assez petite, à déterminer par l'observation.

2. La conséquence immédiate de la loi de force attractive définie par la relation (2), c'est que la trajectoire d'un point matériel, en mouvement de révolution autour du centre attractif, n'est pas fermée.

L'expression analytique d'une telle trajectoire, que l'on démontre sans difficulté par la méthode due à Bertrand³, est la suivante

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{p} + \frac{e}{p} \cos G,$$

e étant l'excentricité de l'orbite osculatrice, p son paramètre, et G un angle auxiliaire, que nous appellerons *anomalie apparente*, lié à l'anomalie vraie v de cette orbite par la relation

$$G = v.E^{-2k},$$

v variant de 0 à $2K\pi$ et compté à partir d'un péricentre fixe (à l'origine du temps), K étant un entier, positif ou négatif.

3. La trajectoire précédente, qui rappelle à une section conique, consiste pourtant en une suite des spires, et l'on conçoit bien que dans chaque révolution complète de 2π il y a une avance du péricentre $\delta\omega$, telle que

$$\delta\omega = 2\pi.(1 - E^{-2k}). \quad (A)$$

D'autre part, si l'on se reporte à l'équation

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{n \cdot a^2 \cdot e} \frac{\partial R}{\partial e}$$

du système différentiel de Lagrange, réduite à son terme principal, et que l'on pose

$$R = f \frac{M+m}{r} (E^k - 1),$$

un développement plus complet⁴ conduit nécessairement à la forme suivante de cette avance:

$$\delta\omega = + \frac{\pi}{3} (1 - 3e \cdot n) (1 - e^2) \cdot n^2, \quad (3)$$

le jour solaire moyen étant pris pour l'unité du temps.

Donc le déplacement apsidial est proportionnel au carré du moyen mouvement diurne n , et dépend également de l'excentricité de l'orbite elliptique osculatrice.

Pour nous rendre compte de la validité du résultat précédent, appliquons-le au cas de la Lune.

Soient, en effet,

$$e = 0.05490, \quad n = 0.22997 \text{ (en radians),}$$

$$T = 27.3217;$$

nous aurons

$$\delta\omega = + 3.0438 \text{ par révolution,}$$

ce qui donne pour le moyen mouvement diurne du périée de la Lune:

$$+ 6' 41.''06,$$

la valeur donc, qui s'accorde parfaitement avec celle

généralement adoptée (voir, par exemple, une des grandes Ephémérides, où l'on trouve: + 6' 41."05).

4. Une autre conséquence, appliquée spécialement au cas de notre satellite, c'est la *rétrogradation des noeuds* de son orbite.

Considéré jusqu'ici comme tout à fait indépendant et très complexe, ce phénomène est en réalité beaucoup plus simple, et peut s'expliquer comme une conséquence inévitable du déplacement des apsidés. *Entraînée par le mouvement direct du périée, la Lune arrive à ses noeuds, ascendant ou descendant, de plus en plus tôt après chaque révolution accomplie*, ce qui produit chez un observateur terrestre l'impression de la rétrogradation des noeuds de son orbite. En toute rigueur il ne s'agit donc que d'un phénomène apparent, qui devient trop compliqué par suite du mouvement annuel de la Terre, ou bien du mouvement apparent du Soleil, y entrelacé.

Soient, à une époque donnée: i , Ω l'inclinaison et la longitude du noeud ascendant de la Lune, $\odot$ la longitude géocentrique du Soleil.

En partant d'une relation bien connue, on a tout d'abord

$$-\frac{d\Omega}{dt} = \frac{d\tilde{\omega}}{dt} \cos i \cdot \sin^2 (\odot - \Omega). \quad (4)$$

Cette équation définit la vitesse instantanée du noeud apparent en fonction de sa position relative par rapport au Soleil. Comme on voit, la vitesse, généralement négative, prend une valeur maximum lorsque la différence des longitudes du Soleil et du noeud est égale 90° et 270° (quadratures); mais elle s'annule aux moments où cette différence devient 0° et 180° (syzigies).

Après une transformation facile de l'équation (4), et en effectuant l'intégration, on a

$$\Omega_0 - \Omega = \frac{\frac{d\tilde{\omega}}{dt}}{\frac{d(\odot - \Omega)}{dt}} \cos i \left(-\frac{\odot - \Omega}{2} - \frac{1}{4} \sin 2(\odot - \Omega) \right), \quad (5)$$

Ω_0 étant une constante arbitraire dont la signification sera précisée un peu plus loin.

Si l'on remplace $\frac{d\odot}{dt}$ par $n_\odot$, puis $\frac{d\Omega}{dt}$ par sa valeur moyenne, et que l'on désigne par B et B' les deux facteurs presque constants, l'équation précédente pourra s'écrire

$$(\odot - \Omega) + B \sin 2(\odot - \Omega) = B'(\odot - \Omega_0). \quad (6)$$

Les deux équations (5) et (6) sont propres à servir au calcul de la longitude du noeud ascendant (ou descendant) apparent de la Lune à une

époque quelconque t , sous la condition, bien entendu, de savoir la longitude du *noeud réel* Ω_0 , correspondant à l'époque t_0 , et de faire varier la longitude du Soleil de $\odot_0$ à $2K\pi$.

5. Afin d'obtenir le moyen déplacement annuel du noeud, prenons l'intégrale (5) entre les limites 0 et

2π , et observons que pour $\frac{d\Omega}{dt}$ il faut choisir une valeur moyenne, soit $\frac{\Delta\Omega}{T_\odot}$, en posant

$$\Delta\Omega = \Omega - \Omega_0, \quad T_\odot = 365.256 \text{ jours.}$$

On a aussi

$$\Delta\Omega = -\pi \frac{\frac{d\tilde{\omega}}{dt} \cos i}{n_\odot - \frac{\Delta\Omega}{T_\odot}},$$

ou bien

$$\Delta\Omega^2 - 2\pi \cdot \Delta\Omega - \pi \cdot T_\odot \frac{d\tilde{\omega}}{dt} \cos i = 0,$$

c'est à dire

$$-\Delta\Omega = \pi \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{2}{n_\odot} \frac{d\tilde{\omega}}{dt} \cos i} - 1 \right). \quad (7)$$

Cependant, si l'on tient compte que conformément à l'expression (A)

$$\frac{d\tilde{\omega}}{dt} = n \cdot (1 - E^{-2k})$$

en moyenne, l'équation (7) prend la forme

$$\Delta\Omega = -\pi \cdot [\sqrt{1 + 2\nu(1 - E^{-2k}) \cos i} - 1], \quad (8)$$

en posant pour simplifier

$$\nu = \frac{n}{n_\odot}.$$

6. Les relations (6) et (8) donnent la solution complète des problèmes qui se rattachent au mouvement des noeuds de la Lune en général, tant compliqué en apparence. L'application de ces relations est simple et commode, bien que la première soit une équation transcendante. Nous leur ferons usage présentement pour en tirer les résultats numériques.

Soient

$$\nu = 13.36 \ 875, \quad i = 5.145^\circ.$$

On a, d'autre part, en moyenne ($r = a$):

$$E^{2k} = 1 + \frac{1}{3!} n^2 \cdot (1 - e^2) (1 - 2en) + \dots \\ = 1.008 \ 5841,$$

puis avec ces données, d'après l'équation (8),

$$\Delta\Omega = -19.3574^\circ,$$

ce qui donne ($T_{\odot} = 365.256$) pour le moyen mouvement diurne du noeud

$$-190.''79$$

or, la valeur qui coïncide entièrement avec celle déduite des observations ($-190.''77$).

Mais pour vérifier de plus près la validité des résultats obtenus, nous avons calculé au moyen de la relation (6) les longitudes du noeud ascendant de

la Lune dans un intervalle qui embrasse plus d'une vingtaine des révolutions draconiques. Les données du calcul, se rapportant à l'année 1956, sont représentées sur la fig. 1 (trait plein). A titre de comparaison, on a tracé également les longitudes du noeud ascendant qui devaient avoir lieu d'après les observations (trait en pointillé, décalé de 5^0 pour plus de clarté), et que nous avons empruntées aux éphémérides de la Lune par une simple interpolation. L'allure générale de deux courbes est absolument identique.

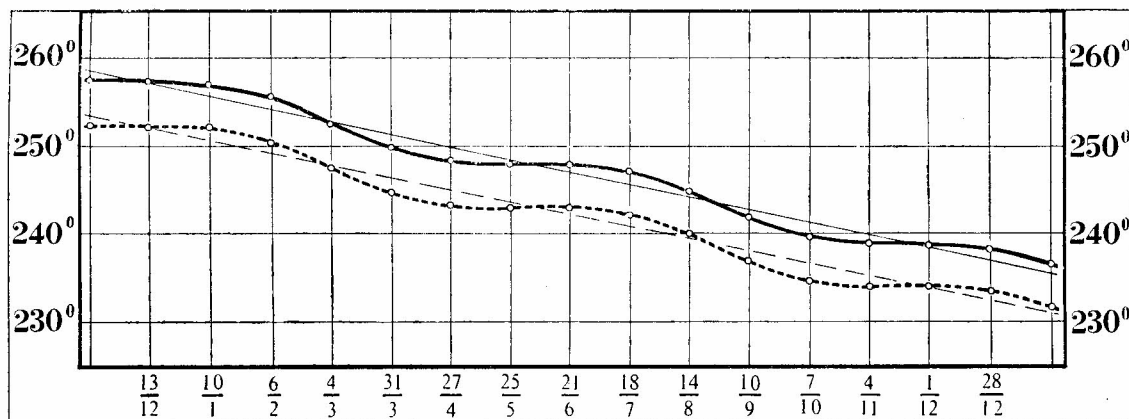


Fig. 1. — Les longitudes du noeud ascendant de la Lune en 1956

Lors du calcul, la constante Ω_0 (noeud fixe) a été admise égale $257.^{\circ}225$. Les résidus (voir fig. 2), dont l'amplitude ne dépasse pas 0.2 en valeur absolue, montrent une périodicité nette s'accomplissant en 173 jours. Sans beaucoup de difficulté on peut reconnaître ici une analogie complète avec la princi-

pale inégalité en latitude (évection), que nous reproduisons sur la même figure mais avec le signe contraire (trait en pointillé).

D'après ce qui précède, il est facile de voir qu'une extension simple de la précision analytique

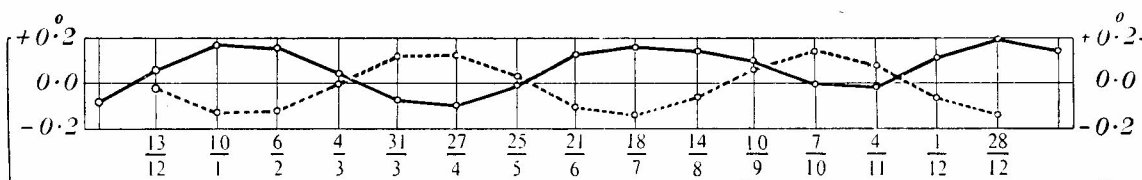


Fig. 2. — $(O - C)_{\Omega}$ et évection en latitude de la Lune

dans la loi des aires, nous a conduit d'abord à rectifier la loi classique de gravitation, puis à donner une explication tout naturelle du phénomène des déplacements des apsides de la Lune. Quelques raisonnements particuliers nous ont permis ensuite d'aborder la question du mouvement des noeuds de cet astre, et à en trouver une solution logique et acceptable. —

RÉFÉRENCES

- ¹ Laplace, Oeuvres, t. V (1882), Livre XVI, p. 448.—
- ² Seeliger, Astr. Nachrichten, Bd. 137/134.—
- ³ Tisserand, Traité de Mécanique céleste, t. I, p. 43 et suivantes.—
- ⁴ J. Chazy, La théorie de la relativité et la Mécanique céleste, t. I, p. 190 et suivantes.—

PRI UZO DE LA LOKOCENTRAJ KAJ BARICENTRAJ KOORDINATOJ EN APLIKO DE LA METODO DE LAPLACE

de B. POPOVIĆ (Sarajevo)

La principo de senpera utiligo de la *Newton*-leĝo ĉe la determinoj de planedetorbitoj estas la kialo pro kiu la *Laplace*-metodo estas tre simpla. Sed kiam oni transiras al la praktika apliko de la metodo, malgraŭ la frapega simpleco de ĝiaj formuloj, aperas malfacilaĵoj ĉe la preparo de la observadonaj al la formo bezona en la metodo, Nome dum la eltrovo de la unua kaj dua derivaĵoj de kvantoj determinantaj la direkton de la observita planedeto (la sferaj koordinatoj aŭ, en la nuna tempo, la pozicia unuovektoro). La malfacilaĵoj fakte ne kuŝas en la kalkulado de la derivaĵoj mem, sed en uzo de tia kalkulo ke la preparataj donoj certigu plejblan precizecon de la orbitelementoj, jam post la unua alproksimiĝo.

La neprecizeco alvenas pro la seriigo de la poziciaj donoj laŭ la gradoj de la tempintervaloj kaj pro la neglekto de la pligradaj membroj, ĉe kio la malfaciliga cirkonstanco estas en tio ke la disponaj donoj estas lokocentraj. Komence oni ne konsideris tion, sed oni permesadis ĉiujn neglektojn ligitaj kun ĝi, kaj post la unua alproksimiĝo oni transmetadis ĉion al la tercentro aŭ al la baricentro. Poste oni komencis konsideri ĉi tion. Ekz. *Leuschner* [2] reduktas la sferajn koordinatojn tuj al la baricentro (Suno-Tero) kaj kulkulas iliajn derivaĵojn. Sede *Danjon* [1] en la unua alproksimiĝo prenas ke la tercentra distanco de la planedeto estas 1, kaj kun tia distanco transiras al la baricentro, tiel ke li tuj (almenaŭ parte) konsideras la efikon de la tagparalakso.

Kontraŭe al tio, *Poincaré* [3] rekomendas eltrovadon de la dua derivaĵo de la sunmoviĝo el ĝiaj lokocentraj pozicioj, tute same kiel oni eltrovas la derivaĵojn de la sferaj koordinatoj el iliaj lokocentraj donoj. Kiel mi jam antaŭe ([4], p. 22) atentigis, ĉi tiu sugesto de *Poincaré* ne estas sen praktika valoro, pro kio oni devas pli detale esplori ĝian efikon.

Celo de ĉi tiu skribaĵo estas esplori diversajn eblecojn por apliko de la *Laplace*-metodo, sen kaj kun transiro al la baricentro (p. 1), same ankaŭ — por plej konvena formo de la apliko — plisimpligi la procedon kiom ajn tio eblas, inkluzive la plurajn alproksimiĝojn kaj uzon de la perturboj tuj ĉe la unua alproksimiĝo (p. 3). Samtempe (p. 2) oni atentigos al la ebleco de nova modifo de la *Laplace*-metodo, en kiu modifo la supra sugesto de *Poincaré* trovas plenan aplikon. Ĉee mi uzados la vektoran skribformon kaj (kie ajn bezonos) mi traktos kiel diversajn la baricentrajn, tercentrajn kaj lokocentrajn poziciojn — uzante la suprajn indksojn *b. t. l.*

1

Rimarku tuj komence ke la komparo de diversaj eblecoj devas konsideri unuflanke la gradojn de la tempintervaloj kaj aliflanke la grandecojn de la malzorgitaj derivaĵoj. Ofte, precipe ĉe la komparo de ĉi tiu metodo kun la Gaussa, oni konsideras nur la tempintervalojn. Ĉi tio estas ĝusta nur kiam la tempintervaloj estas malgrandaj, sed ĉe iom pli grandaj intervaloj venkas la influo de la malzorgitaj derivaĵoj, kaj tiam oni devas nepre konsideri ilin.

La bazo de la *Laplace*-metodo estas la egalajo

$$(1) \quad \ddot{\mathbf{r}} = -\ddot{\mathbf{R}} + \rho \ddot{\mathbf{E}} + 2\rho' \dot{\mathbf{E}} + \rho'' \mathbf{E},$$

kie $\mathbf{r}$ estas la suncentra posicivektoro de la planedeto, $\mathbf{R}$ prezentas pozicion de Suno, ρ la planedetdistancon de la Tero kaj $\mathbf{E}$ estas la unuovektoro de ĝia direkto. Se ni deziras ke la donoj en la ekvacio estu lokocentraj, ni alvenas la taskon derivi $\mathbf{E}$, $\dot{\mathbf{E}}$, $\ddot{\mathbf{E}}$ el la lokocentraj unuovektoroj $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3$ (aŭ el ili pluraj). Sed tion oni ne povas fari, ĉar la serioj por $\mathbf{E}_i$ konverĝas (pro moviĝo de la observanto) en intervalo de plej multe $\pm$ duontago. Ni povas fari tion pure formale kaj ricevi la kutimajn kvantojn

$$(2) \quad D\mathbf{E}' = |\mathbf{E}_i' \tau_i \tau_i^2|, D\dot{\mathbf{E}}' = |1 \mathbf{E}_i' \tau_i^2|, D\ddot{\mathbf{E}}' = 2|1 \tau_i \mathbf{E}_i'|,$$

$$(3) \quad D = |1 \tau_i \tau_i^2| = -\tau_{12}\tau_{23}\tau_{31} = (\tau_2 - \tau_1)(\tau_3 - \tau_2)(\tau_3 - \tau_1).$$

Ĉi tiujn kvantojn oni uzas, kaj ili utilas, sed ne kiel lokocentrajn derivaĵojn, sed kiel la proksimumajn valorojn de la tercentraj, resp. de la baricentraj, derivaĵoj.

Do ni devas ekiri de tio ke la dekstraflankaj derivaĵoj en (1) estu la tercentraj aŭ la baricentraj. La tercentrajn oni povas utiligi ĉe la nelongaj tempintervaloj (ĝis entute du semajnoj). Kiel mi jam montris en la menciita artikolo [4], kun kiu estas ligitaj la nunaj esploroj, ni povas skribi

$$(4) \quad -\frac{\mathbf{b}_i}{\rho_i} + \mathbf{E}_i' = \mathbf{E}_i = \mathbf{E} + \tau \dot{\mathbf{E}} + \frac{\tau^2}{2} \ddot{\mathbf{E}} + \dots,$$

kie

$$(5) \quad \mathbf{b} = -[\mathbf{E}' [\mathbf{E}' \Delta \mathbf{R}]] = \Delta \mathbf{R} - \mathbf{E}' (\mathbf{E}' \Delta \mathbf{R}),$$

kaj

$$(6) \quad \Delta \mathbf{R} = \mathbf{R}^1 - \mathbf{R}^s \text{ aŭ } \Delta \mathbf{R} = \mathbf{R}^1 - \mathbf{R}^b,$$

laŭ tio ja ĉu oni uzos la tercentrajn aŭ la suncentrajn poziciojn.

El la ekvacioj (4) oni povas trovi la derivaĵojn (2) kun certa precizeco kaj (v. la esprimojn (26) en [4]) tiel ricevi

(7) $\ddot{\mathbf{r}} = -\ddot{\mathbf{R}} - \delta\ddot{\mathbf{R}} + \rho\ddot{\mathbf{E}}^1 + 2\rho'\dot{\mathbf{E}}^1 + \rho''\mathbf{E}^1$,
 ĉe kio la senindeksaj kvantoj dekstraflanke povas esti baricentraĵ aŭ tercentraĵ, kaj $\delta\ddot{\mathbf{R}}$ oni kalkulas el $\mathbf{b}$, tute samforme kiel $\ddot{\mathbf{E}}^1$ el $\mathbf{E}_i^1$. Nenimaniere eblas atingi la formon kie, ĉe kalkulado de $\delta\ddot{\mathbf{R}}$, oni uzas $\Delta\mathbf{R}$ anstataŭ $\mathbf{b}$, ĉar en la egalaĵo $\rho\mathbf{E} = \rho^1\mathbf{E}^1 + \Delta\mathbf{R}$ oni ne povas eviti la diferencon inter ρ kaj ρ^1 , kiu (v. la esprimon (5) el [4]) kvantas

$$(8) \quad \rho^1 - \rho = (\mathbf{E}^1\Delta\mathbf{R}).$$

Ne estas permesate malzorgi ĉi tiun diferencon ĉe la divido per ρ en la antaŭa kunligo, ĉar ĝia influo (pro multipliko per neeta $\mathbf{E}^1$) estus pli granda ol influo de la neglektitaj membroj. Pro tio ne eblas, sen konsiderindaj devioj, realigi ĝenerale la sugeston de Poincaré pri utiligo de $\ddot{\mathbf{R}}$ derivata rekte el la lokocentraĵ pozicioj.

Se ni tamen dezirus, almenaŭ pere de la vektoreto $\mathbf{b}$ anstataŭ $\Delta\mathbf{R}$, realigi la ideon, ni anstataŭigus $\ddot{\mathbf{R}}$ en (7) per ĝia valoro eltrovita el la baricentraĵ, resp. la tercentraĵ pozicioj, kaj entute ni havas

$$(9) \quad \ddot{\mathbf{r}} = -(\ddot{\mathbf{R}}) + \rho\ddot{\mathbf{E}}^1 + 2\rho'\dot{\mathbf{E}}^1 + \rho''\mathbf{E}^1,$$

kie $(\ddot{\mathbf{R}})$ signifas la derivon eltiritan el la vektoroj $(\mathbf{R}) = \mathbf{R} + \mathbf{b} = \mathbf{R} + \Delta\mathbf{R} - \mathbf{E}(\mathbf{E}\Delta\mathbf{R}) = \mathbf{R}^1 - \mathbf{E}(\Delta\mathbf{R})$.

Sed la observojn de planedetoj oni faras ĝenerale kontraŭflanke de la Luno; tial oni povas ĉiujn malgrandajn $(\mathbf{E}\Delta\mathbf{R})$ anstataŭigi per ilia meza valoro kaj ricevi

$$(\ddot{\mathbf{R}}) = (\ddot{\mathbf{R}}^1) - (\mathbf{E}\Delta\mathbf{R})\ddot{\mathbf{E}}^1,$$

kio konsidere (8) kondukas al la egalaĵo

$$\ddot{\mathbf{r}} = -(\ddot{\mathbf{R}}^1) + \rho^1\ddot{\mathbf{E}}^1 + 2\rho'\dot{\mathbf{E}}^1 + \rho''\mathbf{E}^1.$$

Tiuvoje en la egalaĵo (7), al la antaŭaj neglektoj

$$(9) \quad -\frac{\ddot{\mathbf{E}}}{6} [2(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3)\rho - 2(\tau_1\tau_2 + \tau_2\tau_3 + \tau_3\tau_1)\rho' + \tau_1\tau_2\tau_3\rho'']$$

(nur la unuaj membroj), ni aldonas ankoraŭ la neglekton

$$(9') \quad -\frac{1}{3}\ddot{\mathbf{R}}(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3).$$

Pro tio ke $\mathbf{R}$ ŝanĝiĝas kun simila rapido kiel $\mathbf{E}$, ĉi tiu neglekto estas samranga kun la antaŭaj, sed ĉe la nelongaj tempintervaloj oni povas tamen permesi ĝin, precipe kun la akcepto de la Poincaré-elekto de la mezo de tri observomomentoj por la baza momento de la orbito. Nome tiam la neglekto reduktiĝas al la sekvanta membro (la supre skribita kun $\ddot{\mathbf{R}}$ forfalas); krome ĉe la mallongaj intervaloj la

neglektoj dependas pli de la gradoj de la tempintervaloj ol de grandeco de la neglektitaj derivivoj.

Sekve sub iuj kondiĉoj (nelongaj intervaloj, proksimume la sama pozicio de la tercentro — aŭ de la baricentro — rilate la direktojn de ĉiuj tri observoj) oni povas eltiri la duan derivon de sunpozicio el ĝiaj lokocentraĵ pozicioj kaj kun tia derivivo apliki la Laplasan metodon. Se la kondiĉoj ekzistas ĉe pluraj observoj, tia derivado estas despli akceptebla. Per tio estas solvita la problemo starigita en la rimarko fine de la artikolo [4].

2

La utiligo de lokocentraĵ koordinatoj estus ebla per ankoraŭ unu speciala vojo, kiu ŝanĝas ankaŭ la aplikformon de la metodo mem.

Nome se ni ekiras de la ekvacioj

$$\mathbf{r}_i = -\mathbf{R}_i^1 + \rho_i\mathbf{E}_i, \quad i = 1, 2, 3,$$

kaj se ni ne seriigas $\mathbf{E}_i$, sed $\mathbf{r}_i$, laŭ la tempintervaloj, t.e. se ni prenas

$$-\mathbf{R}_i^1 + \rho_i\mathbf{E}_i = \mathbf{r} + \tau_i\dot{\mathbf{r}} + \frac{\tau_i^2}{2}\ddot{\mathbf{r}} + \frac{\tau_i^3}{6}\ddot{\mathbf{r}} + \dots$$

kaj de tie eltiras $\ddot{\mathbf{r}}$, ni havos

$$\ddot{\mathbf{r}} = -(\ddot{\mathbf{R}}^1) + (\rho\mathbf{E})''$$

aŭ

$$(10) \quad -\frac{\mathbf{r}}{r^3}D = -\left|1\ \tau_i\ \mathbf{R}_i^1\right| + \left|1\ \tau_i\ \rho_i\ \mathbf{E}_i\right|.$$

Kun konsentita meza observo prenita por la ekaga meza momento, (10) estas vektora ekvacio kun 3 nekonatoj: ρ_1, ρ_2, ρ_3 . En ĝi estas neglektita nur aro de la triagradaĵ membroj el la serioj por $\mathbf{r}_i$, kio kune faras

$$(11) \quad -\frac{\tau_1 + \tau_2 + \tau_3}{3}\ddot{\mathbf{r}},$$

kaj ĉi tiu devio estas pli malgranda ol en aliaj aplikoj de la Laplasa metodo, ĉar $\mathbf{r}$ ŝanĝiĝas pli regule ol $\mathbf{R}$ kaj $\mathbf{E}$, pro kio ĝia tria derivivo estas malpligranda ol ĉe $\mathbf{R}$ kaj $\mathbf{E}$.

Per tio estas atingita tute nova formo de la Laplace-metodo, kiu formo apogiĝas je la egalaĵo (10). Pro la elekto de la meza observo por la ekaga, ni povas signifi

$$\tau_2 = 0, \quad \tau_1 = -\tau_{12}, \quad \tau_3 = \tau_{23};$$

tiam la egalaĵo (10) fariĝas

$$(12) \quad \tau_{23}\rho_1\mathbf{E}_1 + \tau_{12}\rho_3\mathbf{E}_3 - \tau_{13}\rho_2\mathbf{E}_2 \left(1 - \frac{\tau_{12}\tau_{23}}{2r^3}\right) = \\ = \tau_{23}\mathbf{R}_1 + \tau_{12}\mathbf{R}_3 - \tau_{13}\mathbf{R}_2 \left(1 - \frac{\tau_{12}\tau_{23}}{2r^3}\right).$$

Kun la signaĵoj

$$(13) \quad A_i = \frac{(\mathbf{R}_i\mathbf{E}_1\mathbf{E}_3)}{\mathbf{E}_1\mathbf{E}_2\mathbf{E}_3}, \quad A'_i = \frac{\mathbf{R}_i\mathbf{E}_2\mathbf{E}_3}{\mathbf{E}_1\mathbf{E}_2\mathbf{E}_3}, \quad A''_i = \frac{\mathbf{R}_i\mathbf{E}_1\mathbf{E}_2}{\mathbf{E}_1\mathbf{E}_2\mathbf{E}_3},$$

ni facile trovas

$$(14) \quad \begin{cases} 1 - \frac{\tau_{12} \tau_{23}}{2r_2^3} = \frac{\tau_{23} A_1 + \tau_{12} A_3}{\tau_{13} (A_2 + \rho_2)} \\ \tau_{23} \rho_1 = \tau_{23} A_1' + \tau_{12} A_3' = \tau_{13} A_2' \left(1 - \frac{\tau_{12} \tau_{23}}{2r_2^3} \right) \\ \tau_{12} \rho_3 = \tau_{23} A_1'' + \tau_{12} A_3'' = \tau_{13} A_2'' \left(1 - \frac{\tau_{12} \tau_{23}}{2r_2^3} \right). \end{cases}$$

El la unua de la ekvacioj ni havas

$$r_2^{-3} = \frac{2}{\tau_{12} \tau_{23}} \left[1 - \frac{\tau_{23} A_1 + \tau_{12} A_3}{\tau_{13} (A_2 + \rho_2)} \right],$$

kio kun

$$r_2^2 = (\rho_2 - \mathbf{R}_2 \mathbf{E}_2)^2 + [\mathbf{R}_2 \mathbf{E}_2]^2$$

donas r_2 kaj ρ_2 . Tuj post tio aliaj du ekvacioj donas ρ_3 kaj ρ_1 .

Per tio la problemo estas solvita en la unua alproksimiĝo. Por plua laboro estas pli bone daŭrigi per unu el Gauss-tipaj metodoj, aŭ ja ankoraŭ pli bone trovi $\mathbf{v}$ kaj apliki — laŭ la procedo donita en la verko [5] — la korektadon de la suncentraj pozicio kaj rapido. La metodo estas simpla kaj ĝi prezentas iuspekan transirovon de la Laplasaj al la Gausaj metodoj, ĉar la kalkulprocedo tre similas al la Gausaj kaj la eltrovprocedo al la Laplasaj metodoj.

Tuj ekestas nature la demando pri ĝiaj rilatoj kun aliaj metodoj kaj pri ĝiaj avantaĝoj. Kiam oni komparas ĝin kun aliaj metodoj de Laplace-tipo, tiam oni devas vidi kie estas pli grandaj neglektoj dum starigo de la baza ekvacio (7) aŭ (10), t. e. kompari (9) el aliaj metodoj kun (11) el ĉi tiu metodo. Ĉe etaj tempintervaloj, kiel mi jam substrekis antaŭe, decidaj estas la gradoj de la intervaloj. En aliaj Laplasaj metodoj oni povas uzi la mezon de la observoj por starigi la fundamentan ekvacion, pro kio la neglektoj reduktiĝas je la kvadratoj de la intervaloj, dume tio ne eblas ĉe (11), ĉar la meza observo estas jam prenita por la ekaga momento. Se krome $\tau_1 + \tau_2 + \tau_3$ estas relative granda kvanto, t. e. se la observoj grave devias de la egaldistancaj, tiam la ordinara Laplasa metodo avantaĝas. Sed se la observoj estas preskaŭ egaldistancaj tiam evidente avantaĝas la nova metodo. La samo okazas ankaŭ kiam la tempintervaloj estas grandetaj, ĉar tiam la ĉefan rolon havas ne gradoj de la intervaloj sed grandeco de la malzorgitaj membroj en la derivivoj — kaj tie $\ddot{\mathbf{r}}$ estas pli malgranda ol $\ddot{\mathbf{E}}$.

Sede por kompari la novan varianton de la Laplasa metodo kun la metodoj de Gauss-tipo, ekiru de la identaĵo

$$(15) \quad \tau_{23} g_1 \mathbf{r}_1 + \tau_{12} g_3 \mathbf{r}_3 = \mathbf{r}_2 (\tau_{23} f_3 g_1 + \tau_{12} f_1 g_3),$$

kiun oni trovas elimininte $\mathbf{v}$ el la ligaĵoj

$$(16) \quad \mathbf{r}_1 = f_3 \mathbf{r}_2 - \tau_{12} g_3 \mathbf{v}, \quad \mathbf{r}_3 = f_1 \mathbf{r}_2 + \tau_{23} g_1 \mathbf{v}$$

kaj komparu ĝin unuflanke kun (12) kaj aliflanke kun la Gausaj metodoj. La egalaĵo (15) reduktiĝas

al (12) por $g_1 = g_3 = 1$, $f_3 = 1 - \tau_{12}^2 / (2r_2^3)$, $f_1 = 1 - \tau_{23}^2 / (2r_2^3)$, dum en la unua alproksimiĝo ĉe la Gausa metodo oni prenas

$$g = 1 - \frac{\tau_{23}^2}{6r_2^3}, \quad g = 1 - \frac{\tau_{12}^2}{6r_2^3},$$

do oni prenas antaŭ $\mathbf{v}$, en la esprimoj (16), unu membron pli ol en la nova metodo. Fakte en la Gausaj metodoj oni prenas en la serioj (16) parte ankaŭ la triajn gradojn de la tempintervaloj (la duaj gradoj el g multiplikitaj per τ_{12} , resp. τ_{23}), dum la ekspozita varianto de la Laplasa metodo limiĝas ĝuste ĉe la duaj gradoj. Ĉar ĉio alia estas la sama, elfalas ke la Gausa metodo, koncerne la precizecon de la unua solvo, avantaĝas iomete super la nova varianto de la Laplasa metodo.

3

Kiel plej certa formo de apliko de la Laplasa metodo, uzebla por pli kaj malpli longaj intervaloj, ĉu por tri ĉu por pluraj observoj, restas utiligo de la ekvacio (7) kun aparte eltrovata $\delta \ddot{\mathbf{R}}$ kaj kun baricentraj kvantoj en ĝi (ankaŭ la nekonata ρ). Korekteco de la ekvacio, kun aparta eltrovo de $\delta \ddot{\mathbf{R}}$ el la vektoretoj $\mathbf{b}_i$ (irantaj el la baricentro orte al la observodirektoj), estas pruvita en [4]. Tie estas pruvita ankaŭ utileco uzi por la eka momento la momenton de la meza observo, pli bone ol la mezon de la observomomentoj, kaj nur en kazo de tre neegaldistancaj observoj oni devas uzi iun momenton (konvenan por kalkulado) inter ĉi tiuj du momentoj, tamen pli proksime al la meza observo. Tie estas montrita ankaŭ ke

$$(17) \quad \begin{cases} \mathbf{r} = -\mathbf{R} - \delta \mathbf{R} + \rho \mathbf{E}^1, \\ \dot{\mathbf{r}} = -\dot{\mathbf{R}} - \delta \dot{\mathbf{R}} + \rho \dot{\mathbf{E}}^1 + \rho' \mathbf{E}^1. \end{cases}$$

kie $\delta \mathbf{R}$ kaj $\delta \dot{\mathbf{R}}$ estas trovataj el $\mathbf{b}_i$ per la sama vojo

(2) kiel $\mathbf{E}^1$ kaj $\dot{\mathbf{E}}^1$ el $\mathbf{E}_i^1$. Tiam la ekvacio (7) fariĝas

$$\frac{\mathbf{R} + \delta \mathbf{R} - \rho \mathbf{E}}{r^3} = \frac{\mathbf{R}}{R^3} - \delta \ddot{\mathbf{R}} + \rho \ddot{\mathbf{E}} + 2\rho' \dot{\mathbf{E}} + \rho'' \mathbf{E}.$$

Antaŭ ol transiri al solvo de la ekvacio ni povas tuj en la unua alproksimiĝo konsideri la aberacion, utiligante la Poincaré-faktoron $1 - \alpha\rho'$, $\alpha = 0, 00009 \dots$ (Ĉe grandaj intervaloj, pli longaj ol entute unu monato, la faktoro ne sufiĉas por korektado de la intervaloj mem, sed tiam estas grandaj ankaŭ la neglektitaj membroj en la derivivoj, kial oni povas ankaŭ tiam kontentigi kun la faktoro de Poincaré). Kvankam la influo de la faktoro estas tre malgranda, tamen utilas uzi ĝin, kiel mi montris en [7]. En la esprimoj (2) kaj (3) aperos tiam apud D la faktoro $1 - 3\alpha\rho'$ kaj ĉe $\dot{\mathbf{E}}$ kaj $\ddot{\mathbf{E}}$ aperos la denominatoroj $1 - \alpha\rho'$ kaj $1 - 2\alpha\rho'$. Se ni enkondukos ankoraŭ la signaĵojn

$$(18) \quad \mathbf{R} + \delta\mathbf{R} = \mathbf{R}', \quad \frac{\mathbf{R}}{R^3} - \delta\mathbf{R} = \mathbf{R}'',$$

la supra ekvacio fariĝas

$$(19) \quad \frac{\mathbf{R}' - \rho\mathbf{E}}{r^3} = \mathbf{R}'' + \frac{\rho}{1 - 2\alpha\rho''} \ddot{\mathbf{E}} + \frac{2\rho'}{1 - \alpha\rho'} \dot{\mathbf{E}} + \rho'' \mathbf{E}.$$

Gia solvado, kun skalara multipliko per $[\mathbf{E}\dot{\mathbf{E}}]$ kaj $[\mathbf{E}\ddot{\mathbf{E}}]$ kondukas al

$$(1 + 2\alpha\rho') = \frac{A}{r^3} - B, \quad \rho' = \frac{1 - \alpha\rho'}{2} \left[\frac{A'}{r^3} - B' \right]$$

$$(20) \quad A = \frac{\mathbf{R}'\mathbf{E}\dot{\mathbf{E}}}{\mathbf{E}\dot{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{E}}}, \quad B = \frac{\mathbf{R}''\mathbf{E}\dot{\mathbf{E}}}{\mathbf{E}\dot{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{E}}},$$

$$A' = -\frac{\mathbf{R}'\mathbf{E}\ddot{\mathbf{E}}}{\mathbf{E}\dot{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{E}}}, \quad B' = -\frac{\mathbf{R}''\mathbf{E}\ddot{\mathbf{E}}}{\mathbf{E}\dot{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{E}}}$$

Por pli konvena solvado de la unua ekvacio kune kun la ekvacio

$$(21) \quad r^2 = (\rho - \mathbf{R}\mathbf{E})^2 + [\mathbf{R}\mathbf{E}]^2$$

enkonduku ankaŭ la signaĵojn

$$(22) \quad \rho - \mathbf{R}\mathbf{E} = x, \quad w = [\mathbf{R}\mathbf{E}]^2 = \mathbf{R}^2 - (\mathbf{R}\mathbf{E})^2, \quad B + \mathbf{R}\mathbf{E} = C,$$

kaj tiam estos

$$(23) \quad \begin{cases} r^3 = \frac{A}{C + x + 2\alpha\rho\rho'}, \\ r^2 = x^2 + w, \\ \rho' = \frac{1 - \alpha\rho'}{2} \left(\frac{A'}{r^3} - B' \right) \end{cases}$$

Ĉi tiuj formuloj, kun la signoj (22), (20), (18), solvas la problemon en la unua alproksimiĝo. Uzado de la formuloj ne bezonas komenton. Kiam ni trovas ρ kaj ρ' la esprimoj (17) donas $\mathbf{r}$ kaj $\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}$ kaj ni povas surbaze de O—K korekti $\mathbf{r}$ kaj $\mathbf{v}$ (laŭ la procedo donita en [5] aŭ [7]).

Mi bezonas nur rimarki ke la nedifineco alvenanta en la kazo $\mathbf{E}\dot{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{E}} = 0$ (la moviĝo laŭlonge de la sama ĉefcirklo) estas ne tuj videbla el la esprimo por r^3 , ĉar kun ĝi oni ŝajne povas trovi r^3 , tuj kiam $\mathbf{R}''\mathbf{E}\dot{\mathbf{E}} \neq 0$. Nome tiam $r^3 = (\mathbf{R}'\mathbf{E}\dot{\mathbf{E}}):(\mathbf{R}''\mathbf{E}\dot{\mathbf{E}})$. Eta diferenco inter $\mathbf{R}'$ kaj $\mathbf{R}''$ sufiĉas por doni $r \neq 1$ (eĉ kiam fakte estas $r = 1$) — pro fari-taj neglektoj ĉe eltrovo de la derivoj. Sed la esprimo por ρ' montras tuj ke en la kazo $\mathbf{E}\dot{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{E}} = 0$ alvenas la kazo de neebleco aŭ la kazo de nedifineco.

Influan de la perturboj oni povas same simple konsideri tuj en la komenco, ĉu temas pri perturboj per planedoj ĉu pri perturboj de la terorbato. Se m estas la maso de la perturba planedo kaj se ĝia suncentra pozicivektoro estas $\mathbf{s}$ (la grandeco s), en la ekvacio (10) maldekstre aperas la membro

$$-m \left(\frac{-\mathbf{s} + \mathbf{r}}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|^3} + \frac{\mathbf{s}}{s^3} \right),$$

kaj dekstraflanke (se la planedo grave perturbas ankaŭ la Teron)

$$m \left(\frac{-\mathbf{R} - \mathbf{s}}{|\mathbf{R} + \mathbf{s}|^3} + \frac{\mathbf{s}}{s^3} \right),$$

do entute (nun ĉio dekstraflanke)

$$m \left(\frac{2\mathbf{s}}{s^3} - \frac{\mathbf{R} + \mathbf{s}}{|\mathbf{R} + \mathbf{s}|^3} - \frac{\mathbf{R} + \mathbf{s} - \rho\mathbf{E}}{|\mathbf{R} + \mathbf{s} - \rho\mathbf{E}|^3} \right).$$

Pro tio apud B (resp. C) kaj apud B' aperas la korektomembroj

$$(24) \quad \begin{cases} b = m(A + S) (|\mathbf{R} + \mathbf{s}|^{-3} + |\mathbf{R} + \mathbf{s} - \rho\mathbf{E}|^{-3}) + 2mSs^{-3}, \\ b' = m(A' + S') (|\mathbf{R} + \mathbf{s}|^{-3} + |\mathbf{R} + \mathbf{s} - \rho\mathbf{E}|^{-3}) - 2mS's^{-3}, \end{cases}$$

$$S = \frac{\mathbf{s}\mathbf{E}\dot{\mathbf{E}}}{\mathbf{E}\dot{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{E}}}, \quad S' = -\frac{\mathbf{s}\mathbf{E}\ddot{\mathbf{E}}}{\mathbf{E}\dot{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{E}}},$$

(ĉe kio estas dufoje $\mathbf{R}$ anstataŭigita per $\mathbf{R}'$, ĉar en ĉi tiuj esprimoj de eta absoluta valoro oni povas laŭbeze ne anstataŭigi ĝin ankaŭ per la tercentra $\mathbf{R}$). La distancojn $\mathbf{s}$, $|\mathbf{R} + \mathbf{s}|$ kaj $|\mathbf{R} + \mathbf{s} - \rho\mathbf{E}|$ (de la perturboj planedoj ĝis Suno, Tero kaj planedeto) ni povas kalkuli tre neprecize kaj tuj trovi la grandecon de la korektomembroj por aldoni ilin al C kaj B' .

Ĉio alia en la formuloj (23) restas sen ŝanĝo kaj pro tio eblas sen granda peno konsideri ankaŭ la perturban efikon de iu planedo. Se proksime troviĝis ankoraŭ alia planedo povanta influi perturbe, tiun perturbon ankaŭ ni esprimos en ankoraŭ unu paro de korektaj membroj apud C kaj B' . Estas nature ke dum la unua alproksimiĝo konsiderindas nur grandetaj perturboj, t. e. tiuj ĉe kiuj $|\mathbf{R} + \mathbf{s} - \rho\mathbf{E}|$ estas malgranda.

Kio koncernas plurajn alproksimiĝojn, en la Laplasa metodo oni povas kalkuli ilin pere de O—K. Nome kun la konitaj ρ kaj ρ' el (17) ni trovos $\mathbf{r}_0$ kaj $\mathbf{v}_0$. Por kalkuli precizajn efemeridojn oni ne bezonas kalkuli la elementojn, sed tuj la suncentrajn poziciojn laŭ la formulo

$$\mathbf{r} = f\mathbf{r}_0 + g\mathbf{v}_0,$$

ĉe kio f kaj g estas facile trovotaj utiligante la tabelojn [6]. Post la trovitaj devioj O—K oni povas apliki la „metodon de fiktivaj pozicioj“ de Danjon [1], sed estas pli simple apliki la procedon el [5, 7] por korekto de la suncentraj pozicio kaj rapido.

MENCIITA LITERATURO

[1] DANJON A.: Deux modes d'application de la méthode de Laplace pour la détermination des orbites, Bulletin astronomique XVI (1951), 85—110.

[2] LEUSCHNER: Short Methods of Determining Orbits, Publications of the Lick Observatory, Vol. VII.

[3] POINCARÉ H.: Sur la détermination des orbites par la méthode de Laplace, Bulletin astronomique 23 (1906), 161—187.

[4] POPOVIĆ B.: Pliprezezigoj de eltrovataj rapidoj de planetetoj, BULLETIN de l'Observ. astron. Beograd, XXI (1956), 11—22.

[5] POPOVIĆ B.: Odredjivanje vektorskih elemenata putanja malih planeta (Eltrovado de vektoraj elementoj de planetetoj), RADOVI Naučnog društva Sarajevo, XI (1958), 99—150.

[6] POPOVIĆ B.: Nove formule i tablice za f i g ... (New formulas and tables for f , g), RASPRAVE Jug. Akad. zn. i umj, Zagreb, I, 7, pp. 199—222.

[7] POPOVIĆ B.: Eltrovado de la vektoraj elementoj de planetetorbato el du observoj kaj la moviĝdirekto, VESNIK Društva mat. fiz. Beograd, IX (1957), 37—54.

TABLES DES MATIÈRES

	Page
<i>P. Đurković, Lj. Dačić</i> , Mesures micrométriques d'étoiles doubles	1
<i>B. Ševarlić, G. Teleki</i> , Observations à la lunette zénithale	2
<i>Z. Brkić, Lj. Mitić</i> , Heures demi-définitives des émissions enregistrées de TSF déduites des déterminations de l'heure, faites en 1958, à l'Observatoire de Beograd	3
<i>Z. Brkić, Lj. Mitić</i> , et <i>M. Jovanović</i> , Déterminations de l'heure en 1958	6
<i>R. Mitrović</i> , Identifications and elements of minor planets	7
<i>M. Protić</i> , Un essai pour expliquer les mouvements des apsides et des noeuds de la Lune. . .	9
<i>B. Popović</i> , Pri uzo de la lokocentraj kaj baricentraj koordinatoj en apliko de la metodo de Laplace	12